**Лекция №3**

**Тема «Системы счисления»**

**Цель: дать определение системы счисления, рассмотреть основные и правила перевода чисел из одной системы счисления в другие**

**1.1 Основные понятия и определения.**

Под  **системой счисления** понимается способ представления любого числа с помощью некоторого алфавита символов, называемых цифрами.

Все системы счисления делятся на позиционные и непозиционные.

**Непозиционными системами** являются такие системы счисления, в которых каждый символ сохраняет свое значение независимо от места его положения в числе.

Примером непозиционной системы счисления является римская система. К недостаткам таких систем относятся наличие большого количества знаков и сложность выполнения арифметических операций.

Система счисления называется **позиционной**, если одна и та же цифра имеет различное значение, определяющееся позицией цифры в последовательности цифр, изображающей число. Это значение меняется в однозначной зависимости от позиции, занимаемой цифрой, по некоторому закону.

Примером позиционной системы счисления является десятичная система, используемая в повседневной жизни.

Количество  различных цифр, употребляемых в позиционной системе определяет название системы счисления и называется **основанием** системы счисления - “”.

В десятичной системе используются десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; эта система имеет основанием число десять.

Любое число N в позиционной системе счисления с основанием  может быть представлено в виде полинома от основания :

(1.1)

здесь  - число, - коэффициенты (цифры числа),- основание системы счисления (>1).

Принято представлять числа в виде последовательности цифр:

**.**

В этой последовательности точка отделяет целую часть числа от дробной (коэффициенты при положительных степенях, включая нуль, от коэффициентов при отрицательных степенях). Точка опускается, если нет отрицательных степеней (число целое).

В ЭВМ применяют позиционные системы счисления с недесятичным основанием: двоичную, восьмеричную, шестнадцатеричную.

В аппаратной основе ЭВМ лежат двухпозиционные элементы, которые могут находиться только в двух состояниях; одно из них обозначается 0, а другое - 1. Поэтому основной системой счисления применяемой в ЭВМ является двоичная система.

**Двоичная система счисления.** Используется две цифры: 0 и 1. В двоичной системе любое число может быть представлено в виде:

**.** ,

где  либо 0, либо 1.

Эта запись соответствует сумме степеней числа 2, взятых с указанными коэффициентами:



**Восьмеричная система счисления.**  Используется восемь цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Употребляется в ЭВМ как вспомогательная для записи информации в сокращенном виде. Для представления одной цифры восьмеричной системы используется три двоичных разряда (триада) (Таб. 1).

**Шестнадцатеричная система счисления.** Для изображения чисел употребляются 16 цифр. Первые десять цифр этой системы обозначаются цифрами от 0 до 9, а старшие шесть цифр – латинскими буквами: 10–A, 11–B, 12–C, 13–D, 14–E, 15–F. Шестнадцатеричная система используется для записи информации в сокращенном виде. Для представления одной цифры шестнадцатеричной системы счисления используется четыре двоичных разряда (тетрада) (Таб. 1).

**Таб. 1. Наиболее важные системы счисления.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Двоичная  (Основание 2) | Восьмеричная  (Основание 8) | | Десятичная  (Основание 10) | Шестнадцатеричная  (Основание 16) | |
|  |  | Триады |  |  | Тетрады |
| 0  1 | 0  1  2  3  4  5  6  7 | 000  001  010  011  100  101  110  111 | 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 | 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9  A  B  C  D  E  F | 0000  0001  0010  0011  0100  0101  0110  0111  1000  1001  1010  1011  1100  1101  1110  1111 |

**1.2 Перевод чисел из одной системы счисления в другую.**

**Перевод чисел в десятичную систему** осуществляется путем составления степенного ряда с основанием той системы, из которой число переводится. Затем подсчитывается значение суммы.

Пример.

а) Перевести с.с. [[1]](#footnote-1)\*





б) Перевести с.с.



в) Перевести с.с.

.

**Перевод целых десятичных чисел в восьмеричную, шестнадцатеричную и двоичную системы** осуществляется последовательным делением десятичного числа на основание той системы, в которую оно переводится, до тех пор, пока не получится частное меньшее этого основания. Число в новой системе записывается в виде остатков деления, начиная с последнего.

Пример.

а) Перевести с.с.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 181 | 8 |  |
| 176 | 22 | 8 |
| **5** | 16 | **2** |
|  | **6** |  |

Результат .

б) Перевести с.с.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 622 | 16 |  |
| 48 | 38 | 16 |
| 142 | 32 | **2** |
| 128 | **6** |  |
| **14** |  |  |

Результат .

**Перевод правильных дробей из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.**

Для перевода правильной десятичной дроби в другую систему эту дробь надо последовательно умножать на основание той системы, в которую она переводится. При этом умножаются только дробные части. Дробь в новой системе записывается в виде целых частей произведений, начиная с первого.

Пример.

Перевести с.с.

|  |  |
| --- | --- |
| **0** | 3125 8 |
| **2** | 5000 8 |
| **4** | 0000 |

Результат .

**Замечание.** Конечной десятичной дроби в другой системе счисления может соответствовать бесконечная (иногда периодическая) дробь. В этом случае количество знаков в представлении дроби в новой системе берется в зависимости от требуемой точности.

Пример.

Перевести с.с. Точность 6 знаков.

|  |  |
| --- | --- |
| **0** | 6 5× 2 |
| **1** | 3 × 2 | |
| **0** | 6 × 2 | |
| **1** | 2 × 2 | |
| **0** | 4 × 2 | |
| **0** | 8 × 2 | |
| **1** | 6 × 2 | |
|  | **. . .** | |

Результат .

Для **перевода неправильной десятичной дроби в систему счисления с недесятичным основанием** необходимо отдельно перевести целую часть и отдельно дробную.

Пример. Перевести с.с.

1) Переведем целую часть: 2) Переведем дробную часть:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 23 | 2 |  |  |  |
| 22 | 11 | 2 |  |  |
| **1** | 10 | 5 | 2 |  |
|  | **1** | 4 | 2 | 2 |
|  |  | **1** | 2 | **1** |
|  |  |  | **0** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **0** | 1252 |
| **0** | 25 2 |
| **0** | 5 2 |
| **1** | 0 |

Таким образом ; .

Результат: .

Необходимо отметить, что целые числа остаются целыми, а правильные дроби – дробями в любой системе счисления.

Для **перевода восьмеричного или шестнадцатеричного числа в двоичную форму** достаточно заменить каждую цифру этого числа соответствующим трехразрядным двоичным числом (триадой) (Таб. 1) или четырехразрядным двоичным числом (тетрадой) (Таб. 1), при этом отбрасывают ненужные нули в старших и младших разрядах.

Пример.

а)  = ;

б) = .

Для **перехода от двоичной к восьмеричной  или шестнадцатеричной системе** поступают следующим образом: двигаясь от точки влево и вправо, разбивают двоичное число на группы по три ( четыре ) разряда, дополняя при необходимости нулями крайние левую и правую группы. Затем триаду ( тетраду ) заменяют соответствующей восьмеричной ( шестнадцатеричной ) цифрой.

Пример.

а) Перевести с.с.

****

б) Перевести с.с.



**Перевод из восьмеричной в шестнадцатеричную систему и обратно** осуществляется через двоичную систему с помощью триад и тетрад.

Пример. Перевести с.с.





Результат: .

***Упражнения 1.***

1. Перевести следующие числа в десятичную систему счисления:

а); б); в); г); д); е) .

2. Перевести следующие числа из с.с в с.с.:

а); б) ; в); г); д).

3. Перевести следующие числа из с.с в с.с. (точность 5 знаков после точки):

а); б); в); г);

д); е); ж); з).

4. Перевести следующие числа в двоичную систему счисления:

а) ; б); в); г).

5. Перевести следующие числа из одной системы счисления в другую:

а)с.с.;

б)с.с.;

в)с.с.; г)с.с..

6. Перевести следующие числа из одной системы счисления в другую:

а)с.с.; б)с.с.;

в)с.с.; г)с.с..

**Контрольные вопросы**

1. Что такое система счисления?
2. Что такое непозиционная система счисления?
3. Что такое позиционная система счисления?
4. Почему в вычислительной технике взята за основу двоичная система счисления?
5. Что такое основание системы счисления?
6. Что такое алфавит системы счисления?
7. Какие системы счисления бывают?

1. \* Здесь и в дальнейшем при одновременном использовании нескольких различных систем счисления основание системы к которой относится число будем указывать в виде нижнего индекса. [↑](#footnote-ref-1)